

Wstęp do Programowania potok funkcyjny

Marcin Kubica

2018/2019

Outline

- 1 Podstawy Ocamlu
 - Dziedzina algorytmiczna Ocaml-a i BNF
 - Wyrażenia i definicje stałych
 - Definicje procedur i definicje lokalne

Elementy języka programowania

Elementy języka programowania

W każdym języku programowania (wyższego rzędu) mamy następujące trzy elementy:

- dziedzina algorytmiczna — typy, stałe, operacje, relacje,
- metody konstrukcji — czyli jak z prostszych całości budować bardziej skomplikowane,
- metody abstrakcji — czyli jak złożone konstrukcje mogą być nazwane i dalej wykorzystywane tak, jak podstawowe elementy.

Czy metody konstrukcji i abstrakcji można oddzielić od siebie?
Tak!

Dziedzina algorytmiczna Ocaml

Typy	Stałe	Procedury (operacje i relacje)
bool	true, false	, &&, not
int	0, 1, 42, -2	+, -, *, /, mod
float	2.3, -3.4, 4.5E - 7	+. , -. , *. , /.
char	'a', 'z'	
string	"Ala ma kota"	^
wszystkie		=, ≤, ≥, <, >, <>

BNF

Definition (Notacja Backusa-Naura)

Meta-notacja do opisu składni języka (programowania).

- konstrukcje składniowe — $\langle \text{konstrukcja} \rangle$,
- reguły postaci:

$$\langle \text{konstrukcja} \rangle ::= \textit{możliwa\ postać}$$

BNF

Definition (Notacja Backusa-Naura)

Prawe strony reguł:

- tekst, który pojawia się explicite,
- \langle nazwy konstrukcji składniowych \rangle
- alternatywy $\dots | \dots$,
- [tekst opcjonalny],
- nawiasy meta-notacji: $\{ \dots \}$,
- $\{$ zero lub więcej powtórzeń $\}^*$,
- $\{$ jedno lub więcej powtórzeń $\}^+$.

BNF

Example

Składnia adresów pocztowych

```

⟨adres⟩      ::=  ⟨adresat⟩ , ⟨adres lokalu⟩ ,
                  ⟨adres miasta⟩ [ , ⟨adres kraju⟩ ]
⟨adresat⟩    ::=  [ W.P. | Sz.Pan. ] ⟨napis⟩
⟨adres lokalu⟩ ::=  ⟨ulica⟩ { ⟨numer⟩ [ ⟨litera⟩ ] |
                  ⟨numer⟩ / ⟨numer⟩ } [ m ⟨numer⟩ | / ⟨numer⟩ ]
⟨adres miasta⟩ ::=  [ ⟨kod⟩ ] ⟨napis⟩
⟨adres kraju⟩ ::=  ⟨napis⟩
⟨kod⟩        ::=  ⟨cyfra⟩ ⟨cyfra⟩ - ⟨cyfra⟩ ⟨cyfra⟩ ⟨cyfra⟩
⟨cyfra⟩      ::=  0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9
⟨numer⟩      ::=  ⟨cyfra⟩ [ ⟨numer⟩ ]

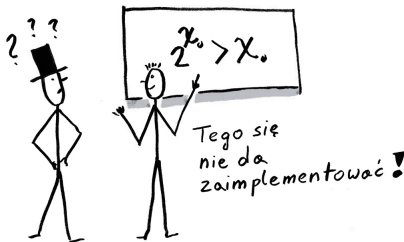
```

Zdziwienie dnia

Zdziwienie dnia

Czy dla każdej funkcji istnieje implementująca ją procedura?
Nie!

Skończonych napisów, plików tekstowych i programów jest \aleph_0 .
Funkcji, choćby $\mathbb{N} \rightarrow \{\text{true}, \text{false}\}$, jest continuum.
Programów jest nieskończenie razy mniej niż funkcji.



Przyrostowy tryb pracy

Przyrostowy tryb pracy:

- wczytanie fragmentu programu,
- kompilacja, dołączenie do już skompilowanych fragmentów,
- ew. wykonanie.

Jednostka kompilacji:

- fragment, który może być wczytany i skompilowany,
- zakończona ; ;

Wyrażenia

Example

```
42;;
```

```
- : int = 42
```

```
36 + 6;;
```

```
- : int = 42
```

```
3 * 14;;
```

```
- : int = 42
```

```
100 - 58;;
```

```
- : int = 42
```

Wyrażenia

Example

```
1 * 2 * 3 * 4 * 5 - ((6 + 7) * 8 * 9 / 12);;
```

```
- : int = 42
```

```
silnia 7 / silnia 5;;
```

```
- : int = 42
```

```
596.4 /. 14.2;;
```

```
- : float = 42.
```

```
"Ala" ^ " ma " ^ "kota";;
```

```
- : string = "Ala ma kota"
```

Budowa wyrażeń

Elementy składowe wyrażeń:

- stałe (liczbowe, napisy, lub nazwy stałych),
- zastosowanie procedur do argumentów (wywołanie),
- nawiasy.

+ czy * to nazwy stałych, których wartościami są procedury wbudowane w język programowania.

Składnia wyrażień

Definition

```

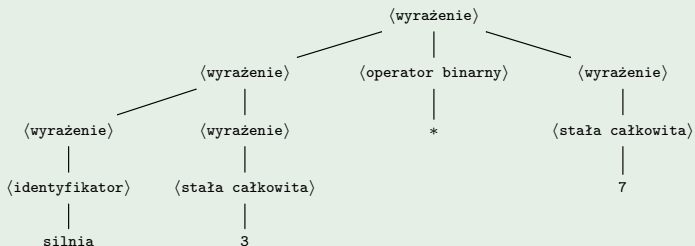
⟨jednostka kompilacji⟩ ::= ⟨wyrażenie⟩ | ...
⟨wyrażenie⟩ ::= ( ⟨wyrażenie⟩ ) | { ⟨wyrażenie⟩ }+ |
  ⟨op. unarny⟩ ⟨wyrażenie⟩ |
  ⟨wyrażenie⟩ ⟨op. binarny⟩ ⟨wyrażenie⟩ |
  ⟨identyfikator⟩ | ⟨stała całkowita⟩ |
  ⟨stała zmiennopozycyjna⟩ |
  ⟨stała napisowa⟩ | ...
⟨op. unarny⟩ ::= - | not | ...
⟨op. binarny⟩ ::= + | - | * | / | mod | +. | -. | *. | /. |
  || | && | = | < | <= | > | >= | ^ | ...

```

Obliczanie wartości wyrażień

Drzewo składni wyrażenia

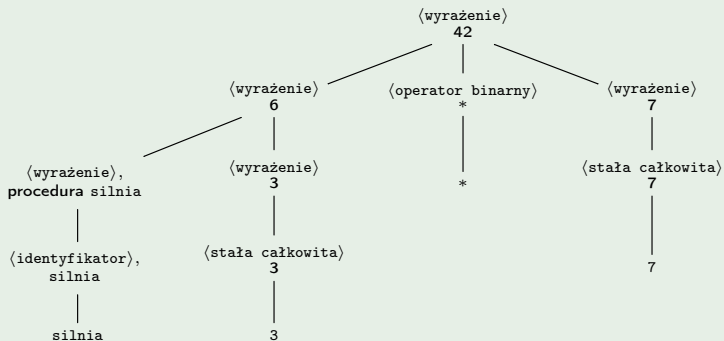
Example (silnia 3 * 7)



Obliczanie wartości wyrażen

Drzewo składni udekorowane wartościami podwyrażen

Example (silnia 3 * 7)



Składnia definicji stałych

Definicja stałej jest jedną z możliwych jednostek kompilacji.

Definition

```
⟨jednostka kompilacji⟩ ::= ⟨definicja⟩|...  
⟨definicja⟩ ::= let ⟨identyfikator⟩ ≡ ⟨wyrażenie⟩|...
```

Definicja stałej jest *formą specjalną*.

Wykonanie definicji stałych

Definicje stałych są „wykonywane” następująco:

- nazwy stałych i związane z nimi wartości są pamiętane w *środowisku*,
- obliczenie wartości wyrażenia,
- rozszerzenie środowiska o identyfikator powiązany z wartością wyrażenia,
- *przystanianie* istniejących definicji.

Uwaga!

To jest uproszczony model.

Definicje stałych — przykłady

Example

```
let a = 4;;  
val a : int = 4  
  
let b = 5 * a;;  
val b : int = 20  
  
let pi = 3.14;;  
val pi : float = 3.14  
  
pi *. 4.0 *. 4.0;;  
val - : float = 50.24  
  
let a = "Ala";;  
val a : string = "Ala"
```

Definicje równoczesne

Możliwe jest równoczesne definiowanie wielu stałych.

Definition

$$\langle \text{definicja} \rangle ::= \quad \underline{\text{let}} \langle \text{identyfikator} \rangle \underline{=} \langle \text{wyrażenie} \rangle \\ \{ \underline{\text{and}} \langle \text{identyfikator} \rangle \underline{=} \langle \text{wyrażenie} \rangle \}^*$$

Najpierw obliczane są wszystkie wyrażenia.

Następnie ich wartości są przypisywane identyfikatorom.

Definicje równoczesne

Example

```
let a = 4
and b = 5;;
val a : int = 4
val b : int = 5

let a = a + b
and b = a * b;;
val a : int = 9
val b : int = 20
```

Wyrażenia warunkowe

Definition (Składnia wyrażeń if-then-else)

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \quad \underline{\text{if}} \langle \text{wyrażenie} \rangle \underline{\text{then}} \langle \text{wyrażenie} \rangle \\ \underline{\text{else}} \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

- Wartością pierwszego wyrażenia musi być wartość logiczna.
- Pozostałe dwa wyrażenia muszą być tego samego (lub uzgadnialnego) typu.
- Najpierw obliczane jest pierwsze wyrażenie.
- W zależności od jego wartości, obliczane jest drugie lub trzecie wyrażenie.

Leniwość if-then-else

- If-then-else jest formą specjalną.
- If-then-else jest w pewnym sensie leniwe — obliczane jest tylko to, co niezbędne.

Example

```
let x = 0.0238095238095238082;;  
val x : float = 0.0238095238095238082  
  
if x = 0.0 then 0.0 else 1.0 /. x;;  
- : float = 42.
```

Operatory logiczne

- `&&` — koniunkcja,
- `||` — alternatywa,
- `not` — negacja.

`&&` i `||` są leniwe.

`x && y` \equiv `if x then y else false`

`x || y` \equiv `if x then true else y`

Są to formy specjalne.

Ale `not` jest już zwykłą procedurą.

Rodzaje konstrukcji językowych

Mamy tylko trzy podstawowe konstrukcje językowe:

- **użycie** wartości zdefiniowanej w środowisku, np. stałych lub procedur,
- **zastosowanie** procedur do argumentów, tzn. wywołanie procedury,
- **definiowanie** nowych wartości (abstrakcja), stałych, procedur, typów,

„Konstytucyjne” prawa procedur

Konstytucja programowania funkcyjnego

Procedury są obywatelami pierwszej kategorii, czyli równie dobrymi wartościami, jak wszystkie inne.

Wynika stąd, że:

- można definiować nazwane procedury (stałe proceduralne),
- procedura może być wartością wyrażenia,
- procedury mogą być argumentami i wynikami procedur!



Definicje procedur

Definition

Składnia definicji procedur

$$\langle \text{definicja} \rangle ::= \text{let } \langle \text{identyfikator} \rangle \{ \langle \text{identyfikator} \rangle \}^+ \equiv \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

let nazwa parametry = treść

Definicje procedur

Example

```
let abs x =  
  if x < 0 then -x else x;;  
val abs : int -> int = <fun>  
  
let square x = x *. x;;  
val square : float -> float = <fun>  
  
let pow r = pi *. (square r);;  
val pow : float -> float = <fun>  
  
pow 4.0;;  
- : float = 50.24
```

Definicje procedur

Example

```
let twice x = 2 * x;;  
val twice : int -> int = <fun>  
  
twice (twice 3);;  
- : int = 12  
  
let mocium s = "mocium panie, " ^ s;;  
val mocium : string -> string = <fun>  
  
mocium (mocium "me wezwanie");;  
- : string = "mocium panie, mocium panie, me wezwanie"
```

Typy argumentów i wyniku procedury

Example

```
let plus x y = x + y;;  
val plus : int -> int -> int = <fun>  
  
let inc x = plus 1 x;;  
val inc : int -> int = <fun>  
let inc = plus 1;;  
val inc : int -> int = <fun>
```

typ argumentu -> typ argumentu -> ...-> typ wyniku
'a, 'b, 'c, ... — reprezentują dowolne typy
(więcej o tym w przyszłości).

Wyliczanie wartości procedury

Zastosowanie procedury do argumentów:

- obliczenie (wyznaczenie) procedury, którą należy wywołać,
- obliczenie wartości argumentów
- tymczasowe środowisko, w którym parametrom przyporządkowane są wartości argumentów na podstawie środowiska, w którym procedura jest definiowana
- obliczenie treści w tymczasowym środowisku,
- wartość treści jest wynikiem zastosowania procedury do argumentów.

Statyczne wiązanie symboli

Example

```
let a = 24;;  
let f x = 2 * x + a;;  
let a = 15;;  
f 9;;  
- : int = 42
```

Treść procedury może mieć dostęp do przysłoniętej definicji.

λ -abstrakcja

Zwykle funkcje są zawsze przedstawiane wraz z ich nazwą.
Tymczasem definicja funkcji nic nie mówi o nazwie funkcji.
Czy mogą istnieć funkcje bez nazwy?
Tak, na przykład: $x \mapsto x + 1$

Definition

Składnia λ -abstrakcji:

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \text{function } \langle \text{identyfikator} \rangle _ \rightarrow \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid$$
$$\text{fun } \{ \langle \text{identyfikator} \rangle \}^+ _ \rightarrow \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

λ-abstrakcja

Example

Oto alternatywna definicja procedur z poprzedniego przykładu:

```
(function x -> x * (x + 1)) (2 * 3);  
- : int = 42
```

```
let abs = function x -> if x < 0 then -x else x;;  
val abs : int -> int = <fun>
```

```
let square = function x -> x *. x;;  
val square : float -> float = <fun>
```

```
let pow = function r ->  
    pi *. ((function x -> x *. x) r);;  
val pow : float -> float = <fun>
```

λ -abstrakcja

Example

```
let twice = function x -> 2 * x;;  
val twice : int -> int = <fun>
```

```
let foo x y = x * (y +2);;  
val foo : int -> int -> int = <fun>
```

```
let foo = function x -> function y -> x * (y +2);;  
val foo : int -> int -> int = <fun>
```

```
let foo = fun x y -> x * (y +2);;  
val foo : int -> int -> int = <fun>
```

Procedury rekurencyjne

Definition

Definiując procedury rekurencyjne dodajemy słówko `rec`.

$$\langle \text{definicja} \rangle ::= \text{let } \underline{\text{rec}} \{ \langle \text{identyfikator} \rangle \}^+ \underline{=} \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

- Definiowana procedura jest obecna w środowisku, w którym później będzie obliczana.
- Procedury wzajemnie rekurencyjne definiujemy równocześnie, używając `and`.
- W definicji podajemy parametry formalne lub λ -abstrakcję.

Procedury rekurencyjne

Example

Przykłady definicji rekurencyjnych:

```
let rec silnia num =  
  if num < 2 then  
    1  
  else  
    num * silnia (num - 1);;  
val silnia : int -> int = <fun>  
  
silnia 7 / silnia 5;;  
- : int = 42
```

Procedury rekurencyjne

Example

Przykłady definicji rekurencyjnych c.d.:

```
let rec fib num =  
  if num < 2 then  
    num  
  else  
    fib (num - 1) + fib (num - 2);;  
val fib : int -> int = <fun>  
  
fib 10 - fib 7;;  
- : int = 42
```

Procedury rekurencyjne

Example

Przykłady definicji rekurencyjnych c.d.:

```
let rec petla x = x + petla x;;  
val petla : int -> int = <fun>
```

```
let rec p = (function x -> p (x + 1));;  
val p : int -> 'a = <fun>
```

```
let rec x = x + 2;;
```

This kind of expression is not allowed as right-hand side of 'let rec'

Istnieją też inne obiekty rekurencyjne, niż procedury...

Rekurencja ogonowa

- Warunek: wynik wywołania rekurencyjnego jest zwracany bez żadnego dalszego przetwarzania (uproszczenie).
- Oszczędność pamięci — wywołanie rekurencyjne nie wymaga dodatkowej pamięci.
- Zamiast wywołania rekurencyjnego — podmiana argumentów i skok do początku treści.



Rekurencja ogonowa

- Dokładna analiza złożoności pamięciowej — w przyszłości.
- Zamiana rekurencji na ogonową:
 - Dodatkowe argumenty, akumulatory.
 - Pomocnicze procedury rekurencyjne.



Rekurencja ogonowa

Example

Silnia z akumulatorem:

```
let rec silnia_pom a n =  
  if n <= 1 then  
    a  
  else  
    silnia_pom (a * n) (n - 1);;  
val silnia_pom : int -> int -> int = <fun>  
  
let silnia num =  
  silnia_pom 1 num;;  
val silnia : int -> int = <fun>  
  
silnia 3;;  
- : int = 6
```

Rekurencja ogonowa

Example

Liczby Fibonacciego z akumulatorem:

```
let rec fib_pom a b num =  
  if num = 0 then  
    a  
  else  
    fib_pom b (a + b) (num - 1);;  
val fib_pom : int -> int -> int -> int = <fun>  
  
let fib num =  
  fib_pom 0 1 num;;  
val fib : int -> int = <fun>  
  
fib 5;;  
- : int = 5
```

Definicje lokalne

Definition

Składnia definicji lokalnych:

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \langle \text{definicja} \rangle \text{ in } \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

- Definicji lokalnych można używać wszędzie tam, gdzie wyrażień.
- Zakres definicji lokalnej jest ograniczony do wyrażenia po in .
- Definicje let-in można zagnieżdżać.

Definicje lokalne

Example

```
let pow r =  
  let pi = 3.14  
  and s = r *. r  
  in pi *. s;;  
val pow : float -> float = <fun>  
  
pow 4.0;;  
- : float = 50.24
```

Definicje lokalne

Example

```
let pitagoras a b =  
  let square x = x * x  
  in square a + square b;;  
val pitagoras : int -> int -> int = <fun>  
  
pitagoras 3 4;;  
- : int = 25
```

Komentarze

Komentarze mają podobną postać, jak w Pascalu, ale można je zagnieżdżać.

Example

```
(* To jest komentarz. *)  
(* To też jest komentarz (* ale zagnieżdżony *). *)
```

Deser



<http://xkcd.com/1270/>